熊本大学（医学部―医学科）

数学　解答速報

$\boxed{1}$ (1)

・nが奇数のとき、$a_n = n^2 - 1$ より.

$a_1 = 1^2 - 1 = 0,\quad a_3 = 3^2 - 1 = 8,\quad a_5 = 5^2 - 1 = 24$

・nが偶数のとき、$a_n = \frac{1}{2}n^2 - n$ より

$a_2 = \frac{1}{2}\cdot 2^2 - 2 = 0,\quad a_4 = \frac{1}{2}\cdot 4^2 - 4 = 4,\quad a_6 = \frac{1}{2}\cdot 6^2 - 6 = 12$

よって、$S_5 = 0 + 0 + 8 + 4 + 24 = 36$ //

$S_6 = S_5 + 12 = 48$ //

(2) kを自然数とする.

$a_{2k-1} = (2k-1)^2 - 1 = 4k^2 - 4k$

$a_{2k} = \frac{1}{2}(2k)^2 - 2k = 2k^2 - 2k$ より.

$$S_{2n} = \sum_{k=1}^{n}(a_{2k-1} + a_{2k}) = \sum_{k=1}^{n}(6k^2 - 6k)$$

$$= 6\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) - 6\cdot\frac{1}{2}n(n+1)$$

$$= 2(n-1)n(n+1) \text{ //}$$

また $S_{2n-1} = S_{2n} - a_{2n} = 2(n-1)n(n+1) - (2n^2 - 2n)$

$$= 2(n-1)n^2 \text{ //}$$

(3)

$$\sum_{\ell=1}^{2n} S_\ell = \sum_{k=1}^{n}(S_{2k-1} + S_{2k})$$

$$= \sum_{k=1}^{n}\left(2(k-1)k^2 + 2(k-1)k(k+1)\right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n}(4k^3 - 2k^2 - 2k)$$

$$= 4\cdot\frac{1}{4}n^2(n+1)^2 - 2\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) - 2\cdot\frac{1}{2}n(n+1)$$

$$= \frac{1}{3}n(n+1)\left(3n(n+1) - (2n+1) - 3\right)$$

$$= \frac{1}{3}n(n+1)(3n^2 + n - 4)$$

$$= \frac{1}{3}n(n+1)(n-1)(3n+4) \text{ //}$$

熊本大学（医学部―医学科）

数学　解答速報

$\boxed{2}$ (問1) 1回の試行で当たりを引かない確率は

$1 - \frac{1}{m}$ であるから、

$$P_{m,n} = \left(1 - \frac{1}{m}\right)^n \quad (m \geqq 2) \quad \cdots(答)$$

(問2) $P_{25,n} < 0.1 \iff \left(1 - \frac{1}{25}\right)^n < \frac{1}{10}$

両辺の常用対数をとると

$n\log_{10}\frac{24}{25} < -1 \quad \cdots①$

ここで $\log_{10}\frac{24}{25} = \log_{10}\frac{2^5\cdot 3}{10^2} = 5\log_{10}2 + \log_{10}3 - 2 \quad \cdots②$

したがって $0.30102 < \log_{10}2 < 0.30103$,

$0.47712 < \log_{10}3 < 0.47713$ より ②から

$-0.01778 < \log_{10}\frac{24}{25} < -0.01772$

① を満たす n は $\frac{1}{0.01778} < P < \frac{1}{0.01772}$ とすると

$\iff 56.24 < P < 56.43$ を満たす

$n > P$ であるから

最小のnは $n = 57 \cdots(答)$

(問3)

$$\lim_{m\to\infty} P_{m,2m} = \lim_{m\to\infty}\left(1 - \frac{1}{m}\right)^{2m} \quad (\because (問1)より)$$

$$= \lim_{m\to\infty}\left(\frac{1}{1 + \frac{1}{m-1}}\right)^{2m}$$

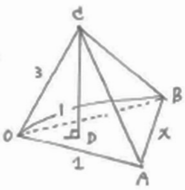
$$= \lim_{m\to\infty}\frac{1}{\left\{\left(1 + \frac{1}{m-1}\right)^{m-1}\right\}^{\frac{2m}{m-1}}}$$

$$= \lim_{m\to\infty}\frac{1}{\left\{\left(1 + \frac{1}{m-1}\right)^{m-1}\right\}^{\frac{2}{1-\frac{1}{m}}}} = \frac{1}{e^2} \cdots(答)$$

数学　解答速報

$\boxed{3}$ $|\vec{a}|^2=|\vec{b}|^2=1$, $|\vec{c}|^2=9$

$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}=1\cdot3\cdot\cos60^\circ=\frac{3}{2}$



△OABに余弦定理を用いて.

$x^2=1^2+1^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}$

$\therefore\ \vec{a}\cdot\vec{b}=1-\frac{x^2}{2}$

(1) 点Dは平面OAB上ゆえ.

$\vec{OD}=p\vec{a}+q\vec{b}$ (p, qは実数) とおける.

また. $\vec{CD}\perp$(平面OAB) ゆえ

$$\begin{cases}\vec{CD}\cdot\vec{a}=p+\left(1-\frac{x^2}{2}\right)q-\frac{3}{2}=0 & \cdots① \\ \vec{CD}\cdot\vec{b}=\left(1-\frac{x^2}{2}\right)p+q-\frac{3}{2}=0 & \cdots②\end{cases}$$

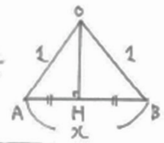
①+②, ①−② より

$$\begin{cases}\left(2-\frac{x^2}{2}\right)(p+q)=3 \\ p=q\end{cases}$$

これを解いて. $p=q=\frac{3}{4-x^2}$

よって. $\vec{OD}=\frac{3}{4-x^2}(\vec{a}+\vec{b})$ //

(2) 右図において.



$OH=\sqrt{1-\left(\frac{x}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}$

△OABの面積Sは

$S=\frac{1}{2}\cdot x\cdot\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}=\frac{x\sqrt{4-x^2}}{4}$

また. $\vec{CD}=\frac{3}{4-x^2}(\vec{a}+\vec{b})-\vec{c}$ より

$|\vec{CD}|^2=\left(\frac{3}{4-x^2}\right)^2|\vec{a}+\vec{b}|^2-\frac{6}{4-x^2}(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}+|\vec{c}|^2$

$=\left(\frac{3}{4-x^2}\right)^2\cdot(4-x^2)-\frac{3}{4-x^2}\cdot\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\right)+9$

$=\frac{9(3-x^2)}{4-x^2}$　$\therefore\ |\vec{CD}|=3\sqrt{\frac{3-x^2}{4-x^2}}$

求める体積Vは

$V=\frac{1}{3}\cdot S\cdot|\vec{CD}|=\frac{1}{3}\cdot\frac{x\sqrt{4-x^2}}{4}\cdot3\sqrt{\frac{3-x^2}{4-x^2}}$

$=\frac{x\sqrt{3-x^2}}{4}$ //

(3) △OABは二等辺三角形ゆえ,

点Pは図の直線OH上にある.

ゆえに $\vec{OP}=u(\vec{a}+\vec{b})$

(uは実数) とおける. $OP=AP$ ゆえ

$|\vec{OP}|^2=|\vec{OP}-\vec{a}|^2$

$\therefore\ 2\vec{OP}\cdot\vec{a}=1$

$2u(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}=1$

$2u\left(1+1-\frac{x^2}{2}\right)=1$

$u=\frac{1}{4-x^2}$　$\therefore\ \vec{OP}=\frac{1}{4-x^2}(\vec{a}+\vec{b})$

ここで.

$|\vec{DP}|=|\vec{OP}-\vec{OD}|=\frac{2}{4-x^2}|\vec{a}+\vec{b}|$

$=\frac{2}{4-x^2}\cdot\sqrt{4-x^2}=\frac{2}{\sqrt{4-x^2}}$

$DP=\frac{5}{3}$ ゆえ　$\frac{2}{\sqrt{4-x^2}}=\frac{5}{3}$

整理して　$x^2=\frac{64}{25}$

よって. $x=\frac{8}{5}$ //（これは $0<x<\sqrt{3}$ をみたす）

熊本大学（医学部―医学科）

数学　解答速報

$\boxed{4}$ (問1) 真数条件より $x>0$

$y=\frac{\log x}{x}$ より $y'=\frac{1-\log x}{x^2}$

$y'=0$とおくと $x=e$

x	0	$\cdots$	e	$\cdots$
y'		+	0	−
y		↗	極大	↘

$x=e$ のとき 極大値 $\frac{1}{e}$ …(答)

(問2) $a^{nb}>b^{na}>n^{ab}$ …①

①の自然対数をとると

$nb\log a>na\log b>ab\log n$

辺々をnabで割ると

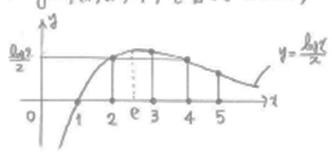
$\frac{\log a}{a}>\frac{\log b}{b}>\frac{\log n}{n}$

$f(x)=\frac{\log x}{x}$ とおくと

①は $f(a)>f(b)>f(n)$

と同値である.

$y=f(x)$のグラフを書くと (問1)より



$f(x)$は $0<x\leqq e$ で単調に増加し,

$x\geqq e$ で単調に減少する.

また、$f(2)=f(4)$ となることに注意すると,

$n\geqq3$ において　$a<b<n$ …② から

(i) $n=3,4$ のとき ②を満たす (a,b) が存在しない.

よって $S_n=0$

(ii) $n\geqq5$ のとき

(ア) $a=1$ のとき ②を満たすbが存在しない.

よって $S_n=0$

(イ) $a=2$のとき ②を満たすbは

$b=5,6,7,\cdots,n-1$

よって $S_n=n-5$

(ウ) $3\leqq a\leqq n-2$ のとき ②を満たすbは

$b=a+1,a+2,\cdots,n-1$

よって $S_n=n-a-1$

(ア)(イ)(ウ)より

$S_n=0+(n-5)+\sum_{a=3}^{n-2}(n-a-1)$

$=n-5+\frac{1}{2}(n-3)(n-4)$

$=\frac{1}{2}(n^2-5n+2)$

ゆえに (i)(ii)(iii) から

$$S_n=\begin{cases}0 & (n=3,4) \\ \frac{1}{2}(n^2-5n+2) & (n\geqq5)\end{cases}\quad\cdots(答)$$

(問3) (問2)より $n\geqq5$ について

$(与式)=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^5}\sum_{k=5}^{n}k^2\left(\frac{k^2-5k+2}{2}+\frac{5}{2}k-1\right)$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^5}\sum_{k=5}^{n}\frac{k^4}{2}$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=5}^{n}\frac{1}{2}\left(\frac{k}{n}\right)^4$

$=\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\left(\frac{k}{n}\right)^4-\frac{1}{n^5}\sum_{k=1}^{4}\frac{k^4}{2}\right\}$

$=\int_0^1\frac{1}{2}x^4dx=\left[\frac{1}{10}x^5\right]_0^1=\frac{1}{10}$ …(答)

２０２６年度　熊本大学医学部入試講評

科目	数学③

■設問ごとの特徴

問題番号	出題分野・出典	出題形式・テーマなど	難	やや難	標準	やや平易	平易
			難易度（該当に○を入れてください）				
1	数列	・数列の和 ・偶奇で場合分け				○	
2	確率，極限	・不等式による評価 ・eの極限				○	
3	空間ベクトル	・四面体の体積 ・三角形の外接円の半径			○		
4	微分法と積分法（数Ⅲ）	・単調性を用いた評価 ・区分求積法			○		

■全体的な特徴

◇問題形式・問題量・出題内容・新傾向の内容

120分で大問4題は昨年と同様だが，分野に偏りが見られた。
また，数学②（理学部，工学部etc）と2題が共通問題であった。

◇難易度

昨年から一転して，大幅に易化した。それでも大問2,4は論証を正確に行なえる受験生は多くはないと思われ，差がつくポイントではないか。

◇今年度受験生へのコメント（合否のポイント、差のつく設問など）

基礎をきちんと理解した上で，様々な分野の入試問題演習を通じて，計算力や論証力を鍛えておくことが大切。